

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Донецкий государственный университет»

Физико-технический факультет  
Кафедра математической физики

УТВЕРЖДАЮ  
проректор

\_\_\_\_\_ П.А. Машаров  
«17» апреля 2025 г.  
МП

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ**

|  |   |
|--|---|
| Укрупненная группа направлений подготовки                          | 28.00.00 Нанотехнологии и наноматериалы |
| Программа высшего образования                                      | Программа бакалавриата                  |
| Направление подготовки / Специальность                             | 28.03.03 Наноматериалы                  |
| Направленность (профиль) образовательной программы / Специализация | Наноматериалы                           |
| Квалификация   | Бакалавр                                |
| Форма обучения   | Очная                                   |

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины «Тензорный анализ» для обучающихся по направлению подготовки 28.03.03 Наноматериалы (Профиль: Наноматериалы), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 28.03.03 Наноматериалы, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 сентября 2017 г. № 968 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры математической физики,  
канд. физ.-мат. наук

А.Д. Манов

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математической физики.  
Протокол от 10.04.2025 г. №11.

Заведующий кафедрой

В.И. Колесник

СОГЛАСОВАНО:

И.о. декана физико-технического факультета  
16.04.2025 г.

С.А. Фоменко

Учебно-методическая комиссия физико-технического факультета.  
Протокол от 16.04.2025 г. № 4.  
Председатель

В.Н. Котенко

Руководитель основной образовательной  
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.  
10.04.2025 г.

А.Г. Петренко

## 1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: математический анализ, аналитическая геометрия, линейная алгебра.

1.2. Дисциплины, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

теоретическая механика, электродинамика, квантовая механика.

## 2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Общая характеристика

| Наименование показателя                         | Значение показателя                             |
|---|---|
| Название образовательной программы              | 28.03.03 Наноматериалы (Профиль: Наноматериалы) |
| Шифр и название в соответствии с учебным планом | Б1.Б.18 Тензорный анализ                        |
| Часть образовательной программы                 | Базовая часть                                   |
| Количество зачетных единиц / всего часов        | 3,5 / 126                                       |

### 2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

| Форма обучения | курс | семестр | Общее количество часов |              |              |                        |       | Форма контроля |
|----------------|------|---------|------------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|----------------|
|                |      |         | лекционных             | лабораторных | практических | самостоятельной работы | всего |                |
| Очная          | 2    | 4       | 16                     | –            | 32           | 78                     | 126   | экзамен        |

## 3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение студентами основ одного из наиболее важных для физической науки разделов математики –тензорного анализа. Оказание студентам помощи в систематизации, обобщении и углублении знаний по курсу «Тензорного анализа». Обучение студентов активному применению теоретических основ математики в качестве рабочего аппарата, позволяющего решать, как типичные задачи, так и задачи повышенного уровня сложности.

## 4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

### 4.1. Компетенции

| Компетенции  | Индикаторы   | Результаты обучения  |
|--|--|--|
| ОПК-1. Способен решать задачи профессиональной деятельности на | ОПК-1.17. Применяет базовые знания, полученные в области | ОПК-1.17.1. Знает основные понятия, факты, концепции, принципы теорий математических и (или) естественных; базовый математический аппарат, |

|   |   |   |
|---|---|---|
| основе применения естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования. | математических и естественных наук  | связанный с прикладной математикой и информатикой<br>ОПК-1.17.2. Умеет применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности к решению конкретных задач.<br>ОПК-1.17.3. Владеет навыками решения задач в профессиональной деятельности на основе фундаментальных знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук  |
|   | ОПК-1.18. Применяет классические и современные математические методы для решения фундаментальных и прикладных задач, связанных с интегральными преобразованиями | ОПК-1.18.1 Знает определения и утверждения, методы решения задач, приемы доказательства утверждений, применяемые для решения профессиональных задач.<br>ОПК-1.18.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы и вычислительные средства, решать задачи дисциплины.<br>ОПК-1.18.3 Аргументированно выбирает метод решения задачи, устанавливает свойства математических объектов, закономерности между ними, доводит решение задачи до приемлемого (числового или символического) результата, оценивает и анализирует полученный результат, строит математические модели для решения профессиональных задач. |

## 5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

| Название темы                           | Краткое содержание темы (вопросы темы)   |
|---|--|
| <b>Раздел 1. Тензорная алгебра</b>      |  |
| Тензорная алгебра.                      | Преобразование базисов и координат. Контравариантный тензор первого ранга. Линейные формы. Ковариантный тензор первого ранга. Определение тензора произвольного ранга. Операции над тензорами. Групповая свойство тензоров.      |
| Симметричные и кососимметричные тензоры | Метрический и дискриминантный тензоры. Связь между метриками. Взаимные базисы. Формулы Гиббса. Ориентированные объемы. Смешанное и векторное произведение. Двойное векторное произведение. Дифференциальная запись матриц P и Q. |
| <b>Раздел 2. Элементы теории поля</b>   |  |
| Элементы теории поля.                   | Элементы теории поля. Формулы Грина, Остроградского, Стокса в векторной и тензорной формах записи. Повторные операции  |

|                     |  |
|---------------------|--|
|                     | теории поля. Криволинейные системы координат. Коэффициенты Ламе. Ковариантная производная. |
| Приложение в физике | Тензор напряжений и его свойства. Тензор деформации.                                       |

## 6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 4

| Наименования разделов и тем             | Количество часов |          |           |           |            |
|---|------------------|----------|-----------|-----------|------------|
|   | Лекц.            | Лабор.   | Практ.    | СРС       | Всего      |
| <b>Раздел 1. Тензорная алгебра</b>      | <b>8</b>         | <b>-</b> | <b>16</b> | <b>40</b> | <b>64</b>  |
| Тензорная алгебра.                      | 5                | -        | 10        | 24        | 39         |
| Симметричные и кососимметричные тензоры | 3                | -        | 6         | 16        | 25         |
| <b>Раздел 2. Элементы теории поля</b>   | <b>8</b>         | <b>-</b> | <b>16</b> | <b>38</b> | <b>62</b>  |
| Элементы теории поля.                   | 6                | -        | 12        | 24        | 42         |
| Приложение в физике                     | 2                | -        | 4         | 14        | 20         |
| <b>ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП</b>           | <b>16</b>        | <b>-</b> | <b>32</b> | <b>78</b> | <b>126</b> |

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 7.1. Контрольные вопросы

#### Раздел 1.

1. Преобразование базисов и координат. Правило Эйнштейна и второе соглашение.
2. Контравариантный тензор первого ранга.
3. Линейные формы. Ковариантный тензор первого ранга.
4. Ковариантные и контравариантные координаты вектора.
5. Определение тензора произвольного ранга.
6. Групповое свойство тензоров.
7. Сложение тензоров, подстановка индексов.
8. Умножение тензоров, свертка тензоров.
9. Симметричные и антисимметричные тензоры.
10. Симметрирование, альтернирование тензоров.
11. Дифференциальная запись матриц  $P$  и  $Q$ .
12. Метрический тензор. Поднятие и опускание индексов. Формулы Гиббса. Тензор Леви-Чивита. Скалярное произведение в произвольной системе координат.
13. Полиадное представление тензоров.
14. Ориентированные объемы. Смешанное, векторное и двойное векторное произведения в произвольных системах координат.

#### Раздел 2.

1. Вектор-функция скалярного аргумента. Годограф вектор-функции.
2. Производная и интегрирование вектор-функции скалярного аргумента. Свойства.
3. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент скалярного поля.
4. Векторное поле. Поток векторного поля.
5. Дивергенция векторного поля. Соленоидальное поле.
6. Ротор векторного поля. Потенциальное поле.
7. Элементы теории поля в векторной и тензорной записях.

8. Формулы Грина, Остроградского и Стокса в векторной и тензорной записях.
9. Повторные операции теории поля.
10. Криволинейные координаты. Основные операции векторного анализа в криволинейных координатах. Коэффициенты Ламе.
11. Ковариантная производная. Символы Кристоффеля.
12. Тензор напряжений
13. Тензор деформации

#### 7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике темам:

- тензорная алгебра;
- элементы теории поля.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

#### 7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

Донецкий государственный университет  
Физико-технический факультет  
Кафедра математической физики

|                               |                        |
|-------------------------------|------------------------|
| Программа высшего образования | Программа бакалавриата |
| Направление подготовки        | 28.03.03 Наноматериалы |
| Профиль подготовки            | Наноматериалы          |
| Квалификация                  | Бакалавр               |
| Форма обучения                | Очная                  |
| Семестр                       | 4                      |
| Дисциплина                    | Тензорный анализ       |

#### Экзаменационный билет № 1

1. Вектор-функция скалярного аргумента. Годограф вектор-функции
2. Групповое свойство тензоров.
3. Задача.

Утверждено на заседании кафедры математической физики,  
протокол № \_\_ от \_\_.\_\_.202\_\_ г.

Заведующий кафедрой

Т.Е. Пясецкая

Экзаменатор

А.Д. Манов

#### 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

##### 8.1. Семестр 4, очная форма обучения

| Номера разделов       | Виды работ                                     | Максимальное количество баллов |
|-----------------------|--|--------------------------------|
| 1                     | Организационно-учебная работа в аудитории      | 10                             |
|                       | Самостоятельная работа                         | 5                              |
|                       | Контрольные работы по практике                 | 10                             |
|                       | Контрольная работа по теоретическому материалу | 5                              |
| 2                     | Организационно-учебная работа в аудитории      | 10                             |
|                       | Самостоятельная работа                         | 5                              |
|                       | Контрольные работы по практике                 | 10                             |
|                       | Контрольная работа по теоретическому материалу | 5                              |
| ИТОГО                 |  | 60                             |
| Экзамен               |  | 40                             |
| Общий итог за семестр |  | 100                            |

## Соответствие баллов оценке

| Количество баллов из 100 | ECTS | Оценка по пятибалльной шкале      |            |
|--------------------------|------|-----------------------------------|------------|
|                          |      | Экзамен, дифференцированный зачет | Зачет      |
| 90-100                   | A    | отлично                           | зачтено    |
| 80-89                    | B    | хорошо                            | зачтено    |
| 75-79                    | C    |                                   | зачтено    |
| 70-74                    | D    | удовлетворительно                 | зачтено    |
| 60-69                    | E    |                                   | зачтено    |
| 35-59                    | FX   | неудовлетворительно               | не зачтено |
| 0-34                     | F    |                                   | не зачтено |

## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Театральный, 13). Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

## 10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 10.1. Основная литература

1. Акивис, М. А. Тензорное исчисление / М. А. Акивис, В. В. Гольдберг. - 2-е изд. - М. : Наука, 1972. - 351 с.
2. Кочин, Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления / Н.Е. Кочин ; ред. П. Я. Кочина ; Акад. наук СССР. - 7-е изд. - М. : Изд-во Акад. наук СССР, 1951. - 424 с.
3. Победря, Б. Е. Лекции по тензорному анализу : [Для физ.-мат. специальностей вузов] / Б. Е. Победря. - 2-е изд. - М. : Изд-во МГУ, 1979. - 223 с.
4. Рашевский, П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ / П.К. Рашевский. - Изд. 3-е. - М. : Наука, 1967. - 664 с.

### Дополнительная литература

5. Борисенко, А. И. Векторный анализ и начала тензорного исчисления : Учеб. пособие для студентов вузов / А. И. Борисенко, И. Е. Тарапов. - 6-е изд. - Харьков : Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1986. - 211 с.
6. Щербаков, Р. Н. Элементы векторного и тензорного исчисления / Р.Н. Щербаков. - Томск : Изд-во Том. ун-та, 1977. - 74 с.

## 11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/>. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.



## 12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).